SỞ GD & ĐT HẢI DƯƠNG

TRƯỜNG THPT NGUYỄN TRÃI

ĐỀ THI THÁNG LẦN 3 LỚP 10 TOÁN

NĂM HỌC 2021 - 2022

MÔN TOÁN

Thời gian làm bài : 180 Phút

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau có tập xác định là $\mathbb{R}$: $y=\dfrac{2015x+2016}{(m-1)x^2+2(m-1)x+4}$

2) Cho $a,b\in R$ và $a>0$. Xét hai hàm số $f(x)=2x^2-4x+5$ và $g(x)=x^2+ax+b$. Tìm tất cả các giá trị của a và b biết giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ nhỏ hơn giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là 8 đơn vị và đồ thị của hai hàm số trên có đúng một điểm chung.

Câu 2. (3,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(3x-7y+1)=-2y(y-1) \\ \sqrt{x+2y}+\sqrt{4x+y}=5 \end{cases}$

2) Giải bất phương trình : $\left(2x-5-\sqrt{x^2-x+25}\right)\sqrt{x^2-5x+6}\le 0$

3) Giải phương trình $\sqrt{x^2-5x+6}+\sqrt{x-3}+\sqrt{x+21}=\sqrt{x^2+19x-42}$

Câu 3. (1,0 điểm)

Bảng giá cước taxi Mai Linh như sau: 10.000 đ cho $0,6\,\text{km}$ đầu tiên, 13.000 đ/km cho đoạn tiếp theo từ 0,6 km cho tới $25\,\text{km}$ và 11.000đ /km cho đoạn tiếp theo từ $25\,\text{km}$ trở đi.

a) Hãy thiết lập hàm số $f(x)$ để tính giá tiền phải trả cho quãng đường đi $x\,\text{km}$.

b) Bạn An sau khi xuống xe đã trả tài xế số tiền là 371.200 đ. Hỏi quãng đường bạn An đã đi là bao nhiêu?

Câu 4. (3,0 điểm)

1) Cho tam giác ABC. Gọi $\mathrm{D,E}$ lần lượt là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{BD}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC};\overrightarrow{AE}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$. Tìm vị trí của điểm K trên AD sao cho 3 điểm $\mathrm{B,K,E}$ thẳng hàng.

2) Cho tam giác ABC cân tại A, kẻ đường cao AH. Kẻ HK vuông góc với AC tại K và M là trung điểm HK. Chứng minh rằng đường thẳng AM vuông góc với đường thẳng BK.

3) Cho hình thang ABCD, (AD song song BC), M là trung điểm CD và P,Q là trung điểm BM, AM. Gọi CP cắt DQ tại N. Chứng minh rằng điểm N nằm bên trong hoặc trên cạnh tam giác AMB $\leftrightarrow$ $\dfrac{1}{3}\le\dfrac{BC}{AD}\le 3$

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho các số thực dương a,b,c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$A=\sqrt[3]{\frac{a^2}{(b+c)^2+5bc}}+\sqrt[3]{\frac{b^2}{(a+c)^2+5ac}}+\sqrt[3]{\frac{c^2}{(a+b)^2+5ab}}$$

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THÁNG LẦN 3 LỚP 10 TOÁN

Năm học 2021-2022

Câu 1. (2,0 điểm)

1) Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau có tập xác định là $\mathbb{R}$: $y=\dfrac{2015x+2016}{(m-1)x^2+2(m-1)x+4}$

2) Cho $a,b\in R$ và $a>0$. Xét hai hàm số $f(x)=2x^2-4x+5$ và $g(x)=x^2+ax+b$. Tìm tất cả các giá trị của a và b biết giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ nhỏ hơn giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là 8 đơn vị và đồ thị của hai hàm số trên có đúng một điểm chung.

Lời giải:

1) Hàm số đã cho xác định trên $\mathbb{R}$ nếu $(m-1)x^2+2(m-1)x+4\neq 0\forall x$ hay phương trình $(m-1)x^2+2(m-1)x+4=0$ vô nghiệm.

Với $m=1$ thì phương trình đã vô nghiệm

Với $m\neq 1$ thì phương trình vô nghiệm khi và chỉ khi

$$\Delta^{'}=(m-1)^2-4(m-1)<0\leftrightarrow(m-1)(m-5)<0\leftrightarrow 1<m<5$$

Vậy tập các giá trị m thỏa mãn đề bài là $[1,5)$

2) Hàm số $f(x)=2x^2-4x+5=2(x-1)^2+3$ có giá trị nhỏ nhất bằng 3 nên hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất là -5, tức là $-\dfrac{a^2-4b}{4}=-5$ (1)

Hai đồ thị có đúng 1 điểm chung khi và chỉ khi phương trình $2x^2-4x+5=x^2+ax+b$ có đúng 1 nghiệm

Phương trình trên tương đương $x^2-(a+4)x+5-b=0$, có đúng 1 nghiệm chỉ khi

$\Delta=(a+4)^2-4(5-b)=0$ (2)

Giải hệ (1) và (2) và chú ý $a>0$ được $a=2$ và $b=-4$

Câu 2. (3,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x(3x-7y+1)=-2y(y-1) \\ \sqrt{x+2y}+\sqrt{4x+y}=5 \end{cases}$

2) Giải bất phương trình : $\left(2x-5-\sqrt{x^2-x+25}\right)\sqrt{x^2-5x+6}\leq 0$

3) Giải phương trình $\sqrt{x^2-5x+6}+\sqrt{x-3}+\sqrt{x+21}=\sqrt{x^2+19x-42}$

Lời giải:

1) $\begin{cases} x(3x-7y+1)=-2y(y-1) \quad (1) \\ \sqrt{x+2y}+\sqrt{4x+y}=5 \quad (2) \end{cases}$

Điều kiện: $x+2y\geq 0; 4x+y\geq 0$

$$(1) \leftrightarrow 3x^2 - 7xy + x + 2y^2 - 2y = 0 \leftrightarrow (x-2y)(3x-y+1) = 0$$

+) Với $x = 2y$, thế vào (2) ta được: $\sqrt{4y} + \sqrt{9y} = 5 \leftrightarrow y = 1$. Ta được nghiệm $(x, y) = (2,1)$

+) Với $x = \dfrac{y-1}{3} \leftrightarrow y = 1 + 3x$. Thế vào (2) được

$\sqrt{7x+2} + \sqrt{7x+1} = 5$. Từ đó được $x = \dfrac{17}{25}$ và $y = \dfrac{76}{25}$

Vậy tập nghiệm của hệ phương trình là: $S = \{(2,1); (\frac{17}{25}; \frac{76}{25})\}$

2) $\left(2x - 5 - \sqrt{x^2 - x + 25}\right)\sqrt{x^2 - 5x + 6} \le 0$

Điều kiện $x \in (-\infty, 2] \cup [3, +\infty)$

Xét $x = 2$ hoặc $x = 3$ hiển nhiên thỏa mãn

Xét $x < 2$ hoặc $x > 3$, bất phương trình tương đương với: $2x - 5 \le \sqrt{x^2 - x + 5}$

Với $x < 2$, thỏa mãn

Với $x > 3$, bất phương trình tương đương với: $(2x-5)^2 \le x^2 - x + 25 \leftrightarrow 3x^2 - 19x \le 0$

Hay $0 \le x \le \dfrac{19}{3}$. Kết hợp với $x > 3$ được $3 < x \le \dfrac{19}{3}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $T = (-\infty, 2] \cup [3, \dfrac{19}{3}]$

3) $\sqrt{x^2 - 5x + 6} + \sqrt{x-3} + \sqrt{x+21} = \sqrt{x^2 + 19x - 42}$

Điều kiện: $x \ge 3$

Phương trình $\leftrightarrow \sqrt{x-3}(\sqrt{x-2}+1)^2 = \sqrt{x+21}(x-3) \leftrightarrow x = 3$ hoặc $(\sqrt{x-2}+1)^2 = \sqrt{(x+21)(x-3)}(1)$

Giải (1): Đặt $\sqrt{x-2} = t \to t^2 = x - 2 \to x = t^2 + 2$ và $t \ge 1$

Phương trình (1) trở thành

$$(t+1)^2 = \sqrt{(t^2+23)(t^2-1)} \leftrightarrow (t+1)^4 = (t^2+23)(t^2-1)$$

$$\leftrightarrow 4t^3 - 16t^2 + 4t + 24 = 0 \leftrightarrow t^3 - 4t^2 + t + 6 = 0$$

$$\leftrightarrow t = 2 \text{ hoặc } t = 3.$$

Từ đó được $x = 6$ hoặc $x = 11$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{3, 6, 11\}$

Câu 3. (1,0 điểm)

Bảng giá cước taxi Mai Linh như sau: 10.000 đ cho $0,6\text{km}$ đầu tiên, 13.000 đ/km cho đoạn tiếp theo từ 0,6 km cho tới 25km và 11.000đ $/\text{km}$ cho đoạn tiếp theo từ 25km trở đi.

a) Hãy thiết lập hàm số $f(x)$ để tính giá tiền phải trả cho quãng đường đi $x\text{km}$.

b) Bạn An sau khi xuống xe đã trả tài xế số tiền là 371.200 đ. Hỏi quãng đường bạn An đã đi là bao nhiêu?

Lời giải:

a) $f(x)=\begin{cases} 10 \text{ khi } x\in (0;\frac{3}{5}] \\ 10+(x-\frac{3}{5}).13 \text{ khi } x\in (\frac{3}{5};25] \\ 10+(25-\frac{3}{5}).13+(x-25).11=327,2+(x-25).11 \text{ khi } x>25 \end{cases}$ (đơn vị nghìn đồng)

b) Do $371,2>327,2$ nên $x>25$. Vì thế $327,2+(x-25).11=371,2$, ta được $x=29$.

Vậy bạn An đã đi 29 km

Câu 4. (3,0 điểm)

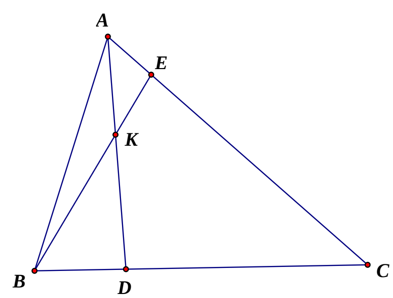
1) Cho tam giác ABC. Gọi D,E lần lượt là các điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{BD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC};\overrightarrow{AE}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Tìm vị trí của điểm K trên AD sao cho 3 điểm B,K,E thẳng hàng.

2) Cho tam giác ABC cân tại A, kẻ đường cao AH. Kẻ HK vuông góc với AC tại K và M là trung điểm HK. Chứng minh rằng đường thẳng AM vuông góc với đường thẳng BK.

3) Cho hình thang ABCD, (AD song song BC), M là trung điểm CD và P,Q là trung điểm BM, AM. Gọi CP cắt DQ tại N. Chứng minh rằng điểm N nằm bên trong hoặc trên cạnh tam giác AMB khi và chỉ khi $\frac{1}{3}\le\frac{BC}{AD}\le 3$

Lời giải:

1) Ta có $\overrightarrow{AD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{BE}=-\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

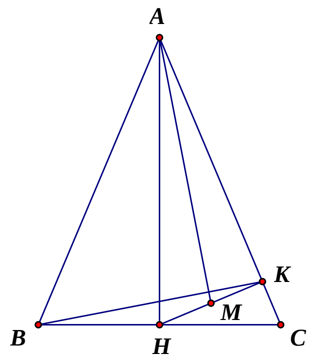


Đặt $\overrightarrow{AK}=k\overrightarrow{AD}$ thì $\overrightarrow{BK}=-\overrightarrow{AB}+k\overrightarrow{AD}=(\frac{k}{3}-1)\overrightarrow{AB}+\frac{2k}{3}\overrightarrow{AC}$

Vậy B,E,K thẳng hàng khi và chỉ khi $\dfrac{\frac{k}{3}-1}{-1}=\dfrac{\frac{2k}{3}}{\frac{1}{4}}$. Giải phương trình ta được $k=\frac{1}{3}$.

Vậy K trên AD sao cho $\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

2)

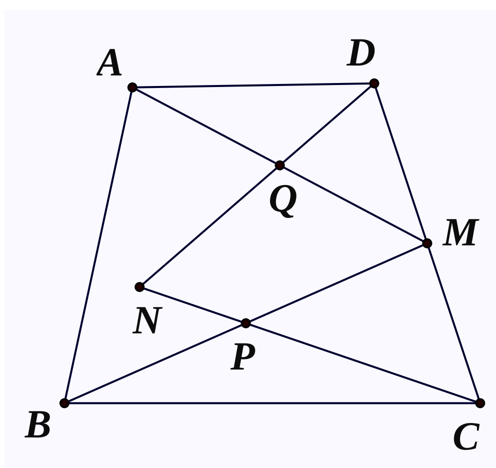


Ta có $2\overrightarrow{AM}\,\overrightarrow{BK}=(\overrightarrow{AH}+\overrightarrow{AK})(\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HK})$

$$=0+\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{KC}+0$$
$$=\overrightarrow{KH}.\overrightarrow{HK}+\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{KC}$$
$$=-KH^2+AK.KC=0$$

Vậy $AM\perp BK$

3)



Giả sử $\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{BC}, k>0$.

+) Nếu k=1, nghĩa là ABCD là hình bình hành. Dễ có N là trung điểm AB

+) Nếu k khác 1. Kí hiệu $\overrightarrow{MX}=X$ thì ta có: $D-A=k(C-B)$, $C+D=0$, $Q=\frac{1}{2}A$, $P=\frac{1}{2}B$

Giả sử $\overrightarrow{CN}=x\overrightarrow{CP}\leftrightarrow N-C=x(P-C)$

Ta có: $-C-A=k(C-B)$ nên $C(k+1)=kB-A$ nên $C=\frac{kB-A}{k+1}$

Vậy $N=\frac{1}{2}xB-(x-1)C=\frac{1}{2}xB-(x-1)\frac{k}{k+1}B+(x-1)\frac{1}{k+1}A$ (*)

Suy ra: $\overrightarrow{DN}=N-D=N+C=(\frac{1}{2}x-(x-1)\frac{k}{k+1}B+\frac{k}{k+1})B+(x-1-1)\frac{1}{k+1}A$

$=(\frac{1}{2}x-(x-2)\frac{k}{k+1})B+(x-2)\frac{1}{k+1}A$

Mà $\overrightarrow{DQ}=Q-D=\frac{1}{2}A+C=(\frac{1}{2}-\frac{1}{k+1})A+\frac{k}{k+1}B$

Do $\overrightarrow{DN}$ và $\overrightarrow{DQ}$ cùng phương nên $\dfrac{\frac{x-2}{k+1}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{k+1}}=\dfrac{\frac{1}{2}x-(x-2)\frac{k}{k+1}}{\frac{k}{k+1}}\leftrightarrow\frac{(k+1)x-2k(x-2)}{2k}=\frac{2(x-2)}{k-1}$

$\leftrightarrow(kx+x-2kx+4k)(k-1)=4kx-8k\leftrightarrow(-kx+x+4k)(k-1)=4kx-8k$

$\leftrightarrow[(k-1)x-4k](k-1)=8k-4kx\leftrightarrow(k-1)^2x-4k(k-1)=8k-4kx$

$\leftrightarrow[(k-1)^2+4k]x=8k+4k(k-1)\leftrightarrow(k\ \ +1)^2x=4k(k+1)$

Ta được $x=\frac{4k}{k+1}$ nên $x-1=\frac{3k-1}{k+1}$ và $\frac{1}{2}x-(x-1)\frac{k}{k+1}=\frac{k(3-k)}{(k+1)^2}$

Thay vào (*) được: $N=\frac{1}{2}xB-(x-1)C=\frac{1}{2}xB-(x-1)\frac{k}{k+1}B+(x-1)\frac{1}{k+1}A$ (*)

Hay $N=\frac{k(3-k)}{(k+1)^2}B+\frac{3k-1}{(k+1)^2}A$

Rõ ràng N nằm trong tam giác AMB khi và chỉ khi $\begin{cases}\frac{k(3-k)}{(k+1)^2}\geq 0\\ \frac{3k-1}{(k+1)^2}\geq 0\\ \frac{k(3-k)}{(k+1)^2}+\frac{3k-1}{(k+1)^2}\leq 1\end{cases}\leftrightarrow\begin{cases}k\leq 3\\ k\geq\frac{1}{3}\\ (k-1)^2\geq 0\end{cases}$

Hay $\frac{1}{3}\leq k\leq 3$. Điều phải chứng minh.

Câu 5. (1,0 điểm)

Ta có $(b+c)^2\leq 2(b^2+c^2)$. Suy ra $(b+c)^2+5bc\leq(b+2c)(c+2b)$

nên $\frac{a^2}{(b+c)^2+5bc}\geq\frac{a^2}{(b+2c)(c+2b)}=\frac{a^3}{a(b+2c)(c+2b)}$

Mặt khác $3\sqrt[3]{\frac{a(b+2c)(c+2b)}{9}}\leq a+\frac{b+2c}{3}+\frac{c+2b}{3}=a+b+c$ nên $\sqrt[3]{\frac{a^2}{(b+c)^2+5bc}}\geq\sqrt[3]{3}.\frac{a}{(a+b+c)}$

Tương tự ta có $\sqrt[3]{\frac{b^2}{(a+c)^2+5ac}} \ge \sqrt[3]{3}.\frac{b}{(a+b+c)}$ và $\sqrt[3]{\frac{c^2}{(a+b)^2+5ab}} \ge \sqrt[3]{3}.\frac{c}{(a+b+c)}$

Cộng theo vế các bất đẳng thức cùng chiều trên ta được

$A \ge \sqrt[3]{3}$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a=b=c$

Vậy giá trị nhỏ nhất của A bằng $\sqrt[3]{3}$ đạt được khi a=b=c