**TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI**
**Ngày thi:** *16 / 09 / 2019*

**ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG**
**MÔN TOÁN LỚP 10A1**
**Thời gian: 180 phút**

**Câu I: ( 3, 0 điểm)**

1) Xét tính đúng sai của các mệnh đê sau và lập mệnh đề phủ định của các mệnh đề đó.

a) $P = "\exists x \in \mathbb{R}\ ,\ 2x^2 - 5x + 2 = 0"$ b) $Q = "\forall x \in \mathbb{R}\ ,4x^2 - 4x + 1 > 0"$

2) Cho tập hợp $A = (-5;3], B = (-\infty;-2) \cup [1;+\infty)$.

a) Xác định tập hợp $A \cap B,\ A \cup B,\ A \setminus B,\ C_{\mathbb{R}} A$.

b) Với mỗi số thực m, đặt $D = [m-2019; m+2020]$ . Tìm m để $A \cap D \neq \varnothing$

3) Lớp 10 A1 có 22 học sinh giỏi Toán, 21 học sinh giỏi Văn, 20 học sinh giỏi Tiếng Anh. Trong đó có16 học sinh giỏi cả Toán và Văn, 9 học sinh giỏi cả Toán và Tiếng Anh, 7 học sinh giỏi cả Văn và Tiếng Anh và 5 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh. Hãy dùng biểu đồ Ven tính số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh của lớp 10 A1.

**Câu II: ( 2, 0 điểm)**

1) Giải phương trình: $3\sqrt{x^3+8} = 2x^2 - 3x + 10$

2) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x + 3y - xy = 3 \\ x^2 + y^2 + xy = 3 \end{cases}$.

**Câu III: ( 2, 0 điểm)**

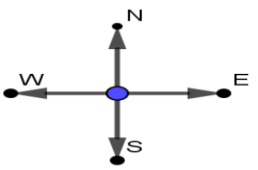
Cho tam giác nhọn $\Delta ABC$ nội tiếp đường tròn $(O)$. $M; N$ là hai điểm thuộc cung nhỏ $\overset{\frown}{AC}$ sao cho $MN$ song song với $AC$ và tia $BM$ nằm giữa hai tia $BA; BN$. $BM$ giao $AC$ tại $P$. Gọi $Q$ là một điểm thuộc cung nhỏ $\overset{\frown}{BC}$ sao cho $PQ$ vuông góc với $BC$. $QN$ giao $AC$ tại $R$.

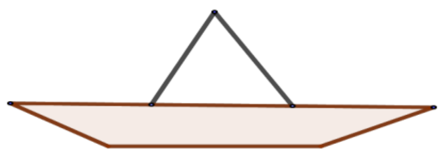
1) Chứng minh rằng $BR$ vuông góc với $AQ$.

2). Gọi $F$ là giao của $AQ$ và $BN$. Chứng minh rằng $\widehat{AFB} = \widehat{BPQ} + \widehat{ABR}$.

**Câu IV: ( 2, 0 điểm)**

1) Ông Thân chèo thuyền qua một dòng sông theo hướng Đông với vận tốc $7,2km/h$. Biết rằng dòng nước chảy về hướng Bắc với vận tốc $3km/h$. Hãy tính vận tốc thuyền và hướng đi của thuyền khi di chuyển.



2) Cho $\Delta ABC$ có trọng tâm G, gọi các điểm M, N, P lần lượt là các điểm sao cho: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $\overrightarrow{NA} = -3\overrightarrow{NC}$ , $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{CP}$.

a) Xác định các điểm M, N, P

b) Biểu diễn $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{NP}$ theo hai véctơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$. Chứng minh ba điểm M, N, P thẳng hàng.

c) Giả sử $\Delta ABC$ đều cạnh a, tính $\left|4\overrightarrow{MG} - 4\overrightarrow{NG} + 5\overrightarrow{AB}\right|$ theo a.

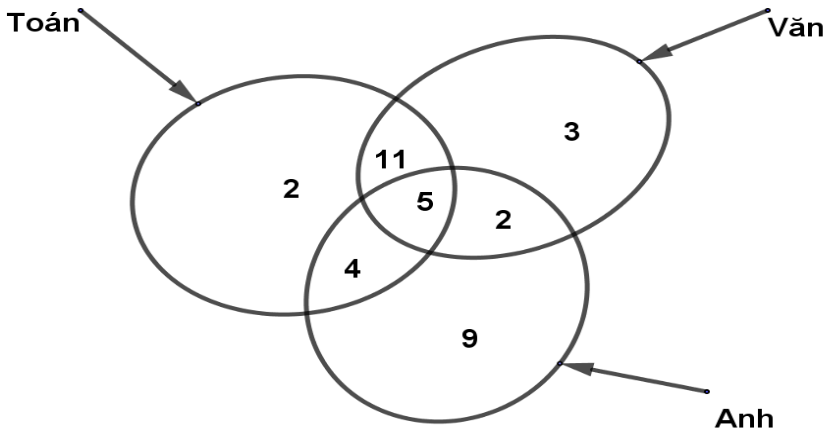
**Câu V: ( 1, 0 điểm)**

Giả sử $a; b$ là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b \geq 2$.

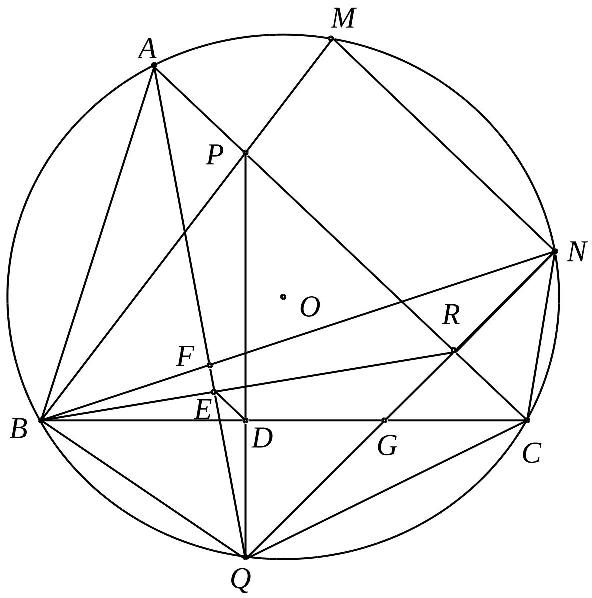
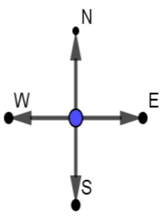
Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \dfrac{a^3}{(b+1)^2} + \dfrac{b^3}{(a+1)^2}$.

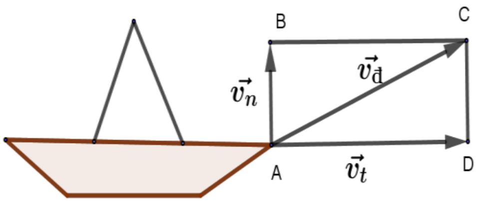
..........HẾT..........

## ĐÁP ÁN - THANG ĐIỂM ĐỀ KIỂM TRA KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG TOÁN 10 A1

| Câu | Ý | Nội dung | Điểm |
|---|---|---|---|
| **I**<br>**(2,0 điểm)** | 1 | a) $P="\exists x\in\mathbb{R}\,,\,2x^2-5x+2=0"$ là mệnh đề đúng vì phương trình $2x^2-5x+2=0$ có hai nghiệm $x_1=\frac{1}{2};x_2=2$.<br>Mệnh đề phủ định của P là: $\overline{P}="\forall x\in\mathbb{R}\,,2x^2-5x+2\neq 0"$ | 0,25đ |
| | | b) $Q="\forall\,x\in\mathbb{R}\,,4x^2-4x+1>0"$ là mệnh đề sai vì tồn tại $x=\frac{1}{2}\in\mathbb{R}$ , $4x^2-4x+1=0$<br>Mệnh đề phủ định của Q là: $\overline{Q}="\exists x\in\mathbb{R}\,,\,4x^2-4x+1\leq 0"$ | 0,25đ |
| | 2 | Cho tập hợp $A=(-5;3],B=(-\infty;-2)\cup[1;+\infty)$. | |
| | | a) Ta có: $A\cap B=(-5;-2)\cup[1;3]$<br>$A\cup B=\mathbb{R}$<br>$A\backslash B=[-2;1)$<br>$C_{\mathbb{R}}A=(-\infty;-5]\cup(3;+\infty)$. | 0,5đ |
| | | b) Với mỗi số thực m, đặt $D=[m-2019;m+2020]$ . Tìm m để $A\cap D\neq\varnothing$.<br>Điều kiện: $\begin{cases}m+2020>-5\\m-2019\leq 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-2025\\m\leq 2022\end{cases}$<br>$\Leftrightarrow -2025<m\leq 2022$. | 0,5đ |
| | 3 | Lớp 10 A1 có 22 học sinh giỏi Toán, 21 học sinh giỏi Văn, 20 học sinh giỏi Tiếng Anh. Trong đó có16 học sinh giỏi cả Toán và Văn, 9 học sinh giỏi cả Toán và Tiếng Anh, 7 học sinh giỏi cả Văn và Tiếng Anh và 5 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh. Hãy dùng biểu đồ Ven tính số học sinh giỏi ít nhất một trong ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh của lớp 10 A1. | |
| | | Bài giải<br><br><br>Từ biểu đồ Ven ta có số học sinh học giỏi ít nhất một trong ba môn của lớp là:<br>$\sum=2+11+5+4+3+2+9=36$ (học sinh) | 0,5 đ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **II**<br>**(3 điểm)** | 1<br>(1,5 điểm) | Giải phương trình: $3\sqrt{x^3+8}=2x^2-3x+10$<br>ĐK: x ≥ -2<br>Với ĐK biến đổi PT đã cho trở thành:<br>$3\sqrt{(x+2)(x^2-2x+4)}=2(x^2-2x+4)+x+2$<br>Chia cả 2 vế của PT cho $x^2 - 2x + 4$ ta được:<br>$\frac{x+2}{x^2-2x+4}-3\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+4}}+2=0$ (1)<br>Đặt $t=\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+4}}$ (t ≥ 0)<br>PT (1) trở thành: $t^2 - 3t + 2 = 0$<br>$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=2 \end{array}\right.$<br>Với t = 1 ⇒ $\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+4}}=1 \Leftrightarrow x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$<br>Với t = 2 ⇒ $\sqrt{\frac{x+2}{x^2-2x+4}}=2 \Leftrightarrow 4x^2-9x+14=0$<br>(Vô nghiệm)<br>Vậy PT có 2 nghiệm là x = 1; x = 2 | 0,5 đ<br><br>0,5 đ |
| | **2** | Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x+3y-xy=3 \\ x^2+y^2+xy=3 \end{cases}$.<br><br>Ta có $x+3y-xy=3 \Leftrightarrow (x-3)(1-y)=0$.<br>+ Với $x=3 \Rightarrow 9+y^2+3y=3 \Leftrightarrow y^2+3y+6=0$ (vô nghiệm).<br>+ Với $y=1 \Rightarrow x^2+1+x=3 \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$.<br>Đáp số $(x;y)=(1;1),(-2;1)$. | 1,0đ |
| **Câu III**<br>**(2 điểm)** | | Cho tam giác nhọn $\triangle ABC$ nội tiếp đường tròn $(O)$. $M;N$ là hai điểm thuộc cung nhỏ $\overset\frown{AC}$ sao cho $MN$ song song với $AC$ và tia $BM$ nằm giữa hai tia $BA;BN$. $BM$ giao $AC$ tại $P$. Gọi $Q$ là một điểm thuộc cung nhỏ $\overset\frown{BC}$ sao cho $PQ$ vuông góc với $BC$. $QN$ giao $AC$ tại $R$.<br>1) Chứng minh rằng $BR$ vuông góc với $AQ$.<br>2). Gọi $F$ là giao của $AQ$ và $BN$. Chứng minh rằng $\widehat{AFB}=\widehat{BPQ}+\widehat{ABR}$. | |

<table>
<tr><td></td><td></td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>1</td><td>Tứ giác $BMNQ$ nội tiếp suy ra $\widehat{BMN}+\widehat{BQN}=180^o$.<br><br>Mà $\widehat{BPR}=\widehat{BMN}$ (do $MN \parallel BC$).<br><br>Từ đó $\widehat{BPR}+\widehat{BQN}=180^0$, suy ra tứ giác $BPRQ$ nội tiếp.<br><br>Mặt khác : Gọi PQ giao BC tại D, AQ giao $BR$ tại $E$ ta có các biến đổi góc sau<br><br>$\widehat{EQD}=\widehat{DQB}-\widehat{AQB}=\widehat{PRB}-\widehat{ACB}=\widehat{RBC}=\widehat{EBD}.$<br><br>Vậy tứ giác $BEDQ$ nội tiếp, suy ra<br>$\widehat{BEQ}=\widehat{BDQ}=90^0 \Rightarrow BR\perp AQ$.</td><td>1,0đ</td></tr>
<tr><td></td><td>2</td><td>Ta có :<br>$\widehat{BPQ}=\widehat{BRQ}=\widehat{RBN}+\widehat{RNB}=\widehat{EBF}+\widehat{BAE}=90^0-\widehat{BFE}+90^0-\widehat{ABE}$<br><br>$=180^0-\widehat{BFE}-\widehat{ABE}=\widehat{AFB}-\widehat{ABR}$.<br><br>Do đó $\widehat{AFB}=\widehat{BPQ}+\widehat{ABR}$.</td><td>1,0đ</td></tr>
<tr><td>Câu IV.<br>(2 điểm)</td><td>1</td><td>1) Ông Thân chèo thuyền qua một dòng sông theo hướng Đông với vận tốc $7,2km/h$. Biết rằng dòng nước chảy về hướng Bắc với vận tốc $3km/h$. Hãy tính vận tốc thuyền và hướng đi của thuyền khi di chuyển.<br><br>Bài giải<br><br>


</td><td>0,5đ</td></tr>
</table>

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | Gọi vận tốc của thuyền, vận tốc của nước, vận tốc của thuyền khi di chuyển lần lượt là: $\overrightarrow{v_t}, \overrightarrow{v_n}, \overrightarrow{v_d}$. Áp dụng qui tắc hình bình hành ta có: $\overrightarrow{v_d} = \overrightarrow{v_t} + \overrightarrow{v_n} \Rightarrow v_d = \sqrt{7,2^2 + 3^2} = 8(km/h)$.<br>Hướng đi của thuyền là hướng Đông-Bắc. | |
| | **2** | Cho $\Delta ABC$ có trọng tâm G, gọi các điểm M, N, P lần lượt là các điểm sao cho: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$, $\overrightarrow{NA} = -3\overrightarrow{NC}$ , $\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{CP}$ . | |
| | | a) $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ suy ra M là trung điểm của AB<br>$\overrightarrow{NA} = -3\overrightarrow{NC}$ suy ra N nằm trong đoạn AC sao cho $AN = 3NC$<br>$\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{CP}$ suy ra P nằm ngoài đoạn BC sao cho $BC = 2CP$<br>Ta có: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$<br>$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CP} - \overrightarrow{AN}$<br>$= \overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB})$<br>$= -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$<br>Suy ra: $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP}$ hay M, N, P thẳng hàng và N là trung điểm MP.<br>b) Ta rút gọn $4\overrightarrow{MG} - 4\overrightarrow{NG} + 5\overrightarrow{AB} = 4(\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GN}) + 5\overrightarrow{AB}$<br>$= 4\overrightarrow{MN} + 5\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB}$<br>$\Rightarrow \left\|4\overrightarrow{MG} - 4\overrightarrow{NG} + 5\overrightarrow{AB}\right\| = 3\left\|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB}\right\| = 6\left\|\overrightarrow{AE}\right\| = 3\sqrt{3}a$ | 0,75đ<br><br><br><br><br><br><br><br><br><br>0,25đ |
| **Câu V.**<br>**(1 điểm)** | | Giả sử $a; b$ là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $a + b \ge 2$.<br>Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{a^3}{(b+1)^2} + \frac{b^3}{(a+1)^2}$.<br>Bài giải<br>Theo bất đẳng thức Cosi<br>$\frac{a^3}{(b+1)^2} + \frac{b+1}{8} + \frac{b+1}{8} \ge \frac{3}{4}a$.<br>$\frac{b^3}{(a+1)^2} + \frac{a+1}{8} + \frac{a+1}{8} \ge \frac{3}{4}b$.<br>$\Rightarrow P + \frac{a+b}{4} + \frac{1}{2} \ge \frac{3}{4}(a+b) \Rightarrow P \ge \frac{1}{2}(a+b) - \frac{1}{2} \ge \frac{1}{2}$.<br>Dấu "=" xảy ra khi $a = b = 1$.<br>Vậy $P_{\min} = \frac{1}{2}$. | 1,0đ |