TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN TRÃI
Ngày thi: *11 / 05 / 2020*

ĐỀ THI THÁNG MÔN TOÁN NĂM HỌC 2019-2020
LỚP 10A1 – KỲ II
Thời gian: 180 phút

Câu I. (2, 0 điểm) Cho hàm số $y = x^2 - 4x$ có đồ thị là (P).

1) Vẽ đồ thị hàm số (P) .

2) Tìm các giá trị của m để phương trình $\left|x^2 - 4x\right| = 2m$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu II. (3, 0 điểm)

1) Giải bất phương trình : $(-x^2 + 3x)\sqrt{2x^2 - 3x - 2} \geq 0$

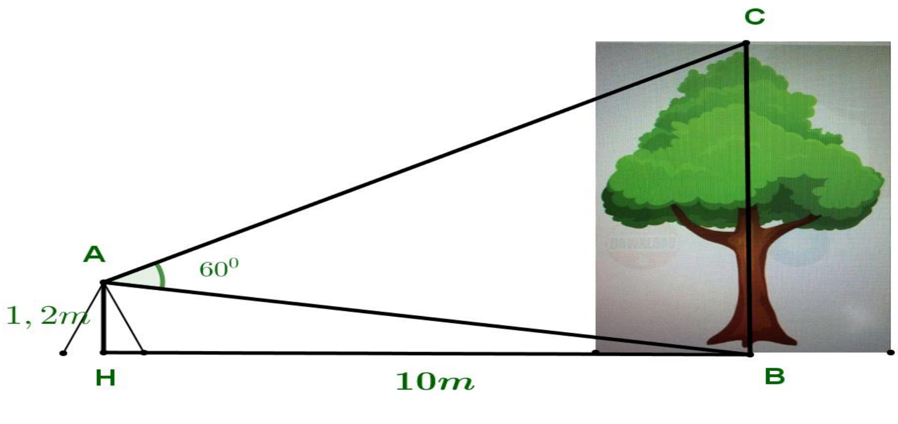
2) Tìm m để hệ phương trình: $\begin{cases} x - y + m - 2 = 0 \ (1) \\ \sqrt{xy} + y = 2 \ (2) \end{cases}$ có nghiệm.

Câu III. (3, 0 điểm)

1) Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E là trung điểm AB, F là điểm sao cho $\overrightarrow{AF} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AD}$, M là điểm trên đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MC} = k\overrightarrow{BC}$. Tìm k để đường thẳng EF vuông góc FM.

2) Cho ΔABC có 3 góc A, B, C : $(\sin A)^{2020} = (\sin B)^{2020} + (\sin C)^{2020}$. Chứng minh ΔABC nhọn.

3) Để đo chiều cao của một cây, người ta đặt một giác kế ở vị trí cách gốc cây 10 (m), biết chiều cao của giác kế bằng $1,2$ (m). Góc $BAC = 60^\circ$ (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao của cây và làm tròn
kết quả đến phần trăm.

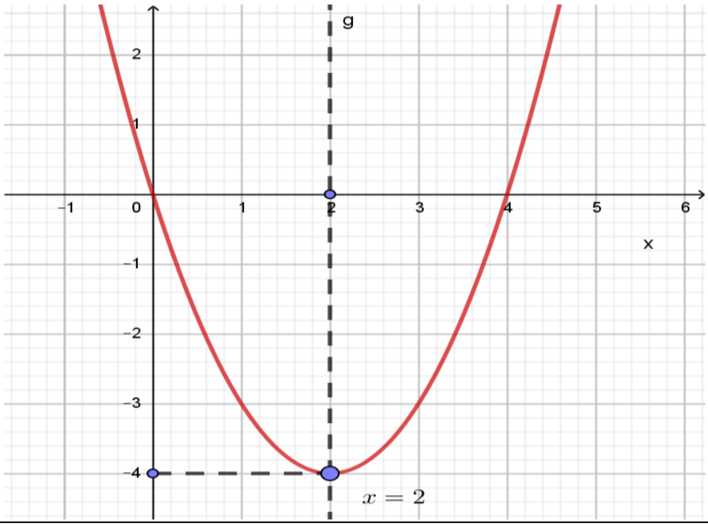
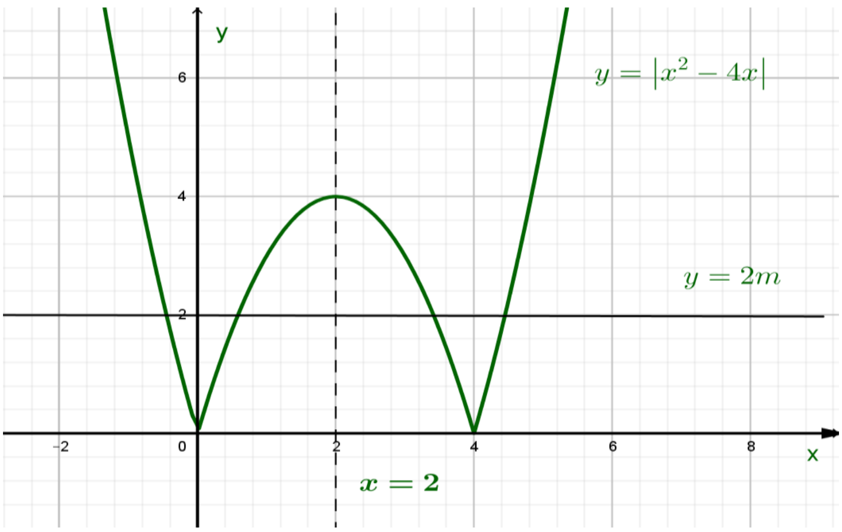


Câu IV. (1, 0 điểm) Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm I có $AB = 2AD$. Gọi M là trung điểm của AB và N là điểm thuộc AC sao cho $\overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{IN}$. Biết tọa độ điểm $M(3;4)$; $N(4;1)$

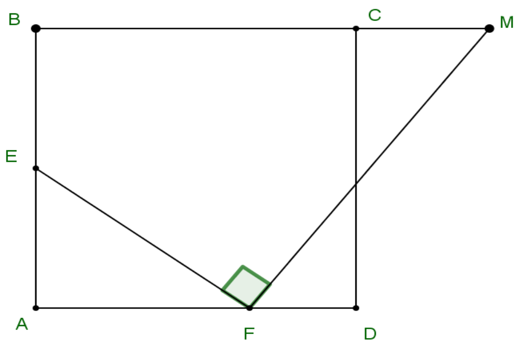
Viết phương trình đường thẳng CD.

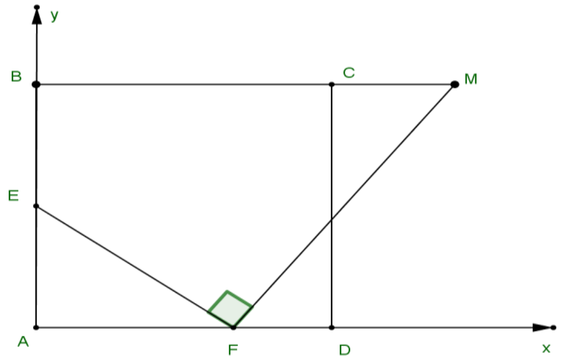
Câu V. (1, 0 điểm) Cho bất phương trình: $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{y^2 + 2y + 1} \leq 4$
Biết tập nghiệm của bất phương trình biểu diễn trên mặt phẳng (Oxy) là hình tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại I. Gọi M, N là hai điểm thuộc cạnh tứ giác $ABCD$ sao cho MN đi qua I Tìm GTNN của biểu thức $F = EM + EN$, với $E(4;4)$.

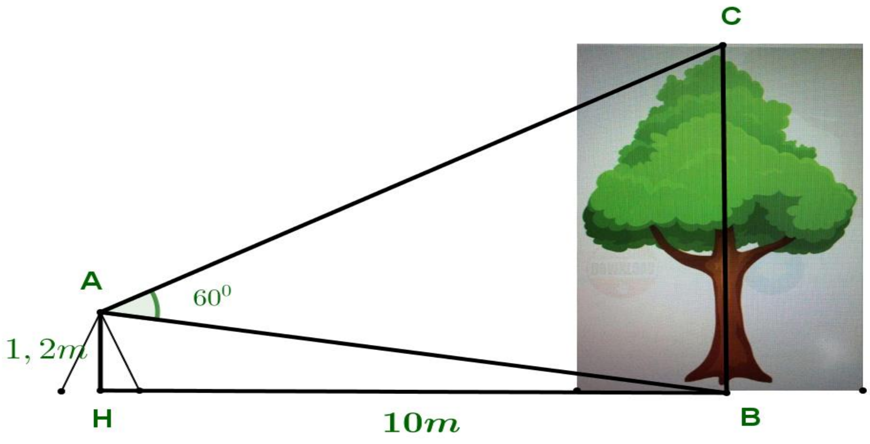
ĐÁP ÁN
THANG ĐIỂM ĐỀ KIỂM TRA THÁNG MÔN TOÁN 10 A1- Kỳ II

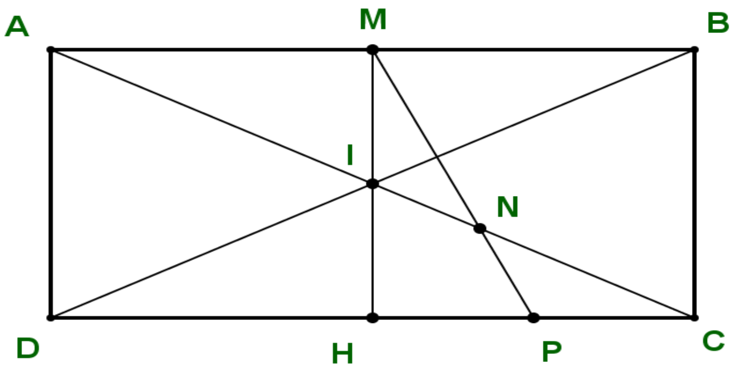
Câu	Ý	Nội dung	Điểm
I **(2,0 điểm)**		Cho hàm số $y = x^2 - 4x$ có đồ thị là (P).	
	1)	Vẽ đồ thị hàm số (P) .	**1đ**
		Lời giải  	
	2)	Tìm các giá trị của m để phương trình $\left\|x^2 - 4x\right\| = 2m$ có 4 nghiệm phân biệt.	**1đ**
		Lời giải Ta có đồ thị hàm số $y = \left\|x^2 - 4x\right\|$ như hình vẽ  Số nghiệm của phương trình: $\left\|x^2 - 4x\right\| = 2m$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y = \left\|x^2 - 4x\right\|$ và $y = 2m$ Từ đồ thị suy ra phương trình $\left\|x^2 - 4x\right\| = m$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0 < 2m < 4$. Vậy $0 < m < 2$ là giá trị cần tìm.	

II **(3 điểm)**	**1)**	Giải bất phương trình: $(-x^2+3x)\sqrt{2x^2-3x-2}\ge 0$	**1đ**
		Lời giải $(-x^2+3x)\sqrt{2x^2-3x-2}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2-3x-2=0 \\ \begin{cases} 2x^2-3x-2>0 \\ -x^2+3x\ge 0 \end{cases} \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \vee x=-\dfrac{1}{2} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-\dfrac{1}{2} \\ x>2 \end{array}\right. \\ 0\le x\le 3 \end{cases} \end{array}\right. \quad \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{1}{2} \\ 2\le x\le 3 \end{array}\right.$ Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $T=[2;3]\cup\{-\frac{1}{2}\}$.	
	2)	Cho hệ phương trình $\begin{cases} x-y+m-2=0 \ (1) \\ \sqrt{xy}+y=2 \ \ (2) \end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình đã chho có nghiệm.	**1đ**
		Lời giải Điều kiện: $xy\ge 0$. Ta có $(1)\Leftrightarrow x=y-m+2$. Thay $(1)\Leftrightarrow x=y-m+2$ vào (2) ta có $\sqrt{xy}+y=2 \Leftrightarrow \sqrt{y(y-m+2)}+y=2$ $\Leftrightarrow \sqrt{y(y-m+2)}=2-y \Leftrightarrow \begin{cases} 2-y\ge 0 \\ y(y-m+2)=(2-y)^2 \end{cases}$ $\begin{cases} y\le 2 \\ y^2-my+2y=y^2-4y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y\le 2 \\ (6-m)y=4 \ (*) \end{cases}$ Giải (*) Nếu $6-m=0\Leftrightarrow m=6$ khi đó (*) vô nghiệm $\Rightarrow m=6$ hệ phương trình vô nghiệm. Nếu $6-m\ne 0\Leftrightarrow m\ne 6$ khi đó $(*)\Leftrightarrow y=\dfrac{4}{6-m}$. Do $y\le 2$ nên $\dfrac{4}{6-m}\le 2\Leftrightarrow \dfrac{m-4}{m-6}\ge 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>6 \\ m\le 4 \end{array}\right.$. Vậy giá trị m cần tìm: $m\in(-\infty;4]\cup(6;+\infty)$	

Câu III (3 điểm)	**1)**	Cho hình vuông $ABCD$. Gọi E là trung điểm AB, F là điểm sao cho $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$, M là điểm trên đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{BC}$. Tìmị của k để hai đường thẳng EF và FM vuông góc với nhau	**1đ**
		Lời giải **Cách 1:**  $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. $\overrightarrow{MF}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DF}=k\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\frac{1}{3}\overrightarrow{DA}=k\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$. $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{MF}=\left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right).\left(\left(k-\frac{1}{3}\right)\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)=\frac{2}{3}.\left(k-\frac{1}{3}\right)AD^2+\frac{1}{2}AB^2$ Do đó $EF\perp MF \Leftrightarrow \overrightarrow{EF}.\overrightarrow{MF}=0$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}AB^2+\frac{2}{3}.\left(k-\frac{1}{3}\right)AD^2=0$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}+\frac{2}{3}\left(k-\frac{1}{3}\right)=0 \Leftrightarrow k=-\frac{5}{12}$ **Cách 2:** Chọn hệ trục tọa độ như sau: Gốc tọa độ A; $\overrightarrow{AB}=\vec{j}$; $\overrightarrow{AD}=\vec{i}$ Ta có: $A(0;0)$, $B(0;1)$, $C(1;1)$, $D(1;0)$, $E\left(0;\frac{1}{2}\right)$, $F\left(\frac{2}{3};0\right)$.	

		 Giả sử $M\left(x;y\right)$, khi đó: $\overrightarrow{MC}=\left(1-x;1-y\right),\overrightarrow{BC}=\left(1;0\right)$. $\overrightarrow{MC}=k\overrightarrow{BC}\Rightarrow\begin{cases}1-x=k\\1-y=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1-k\\y=1\end{cases}$. $\overrightarrow{MF}=\left(\frac{2}{3}-x;y\right)=\left(k-\frac{1}{3};-1\right)$, $\overrightarrow{EF}=\left(\frac{2}{3};-\frac{1}{2}\right)$. Do đó: $EF\perp FM\Leftrightarrow\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{MF}=0\Leftrightarrow\frac{2}{3}\left(k-\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{2}=0\Rightarrow k=-\frac{5}{12}$.	
	2)	ΔABC có 3 góc A,B,C sao cho : $\left(\sin A\right)^{2020}=\left(\sin B\right)^{2020}+\left(\sin C\right)^{2020}$. Chứng minh tam giác ABC có 3 góc nhọn.	**1đ**
		Lời giải Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC Áp dụng định lí sin cho tam giác ABC : $\sin A=\frac{a}{2R},\sin B=\frac{b}{2R},\sin C=\frac{c}{2R}$ Đẳng thức trở thành $a^{2020}=b^{2020}+c^{2020}$ Từ $a^{2020}=b^{2020}+c^{2020}\Rightarrow\begin{cases}a^{2020}>b^{2020}\\a^{2020}>c^{2020}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a>b\\a>c\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A>B\\A>C\end{cases}$ Mặt khác, $a^{2020}=b^{2020}+c^{2020}\Rightarrow a^2.a^{2018}=b^2.b^{2018}+c^2.c^{2018}$ $\Rightarrow a^2.a^{2018}<b^2.a^{2018}+c^2.a^{2018}\Rightarrow a^2<b^2+c^2$ Áp dụng định lí cosin trong tam giác ABC ta được $\cos A=\frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}>0\Rightarrow$ A là góc nhọn. Vậy tam giác ABC có 3 góc nhọn.	

	3)	Để đo chiều cao của một cây, người ta đặt một giác kế ở vị trí cách gốc cây $10\ (\text{m})$, chiều cao của giác kế bằng $1,2\ (\text{m})$. Người ta đo được góc nhìn chiều cao của cây là $BAC = 60^{\circ}$ (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao của cây và làm tròn kết quả đến phần trăm.	**1đ**
			
		Lời giải Áp dụng định lí Py ta go trong $\Delta AHB\left(AHB = 90^{\circ}\right)$ ta có: $AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = \sqrt{1,2^2 + 10^2} = \dfrac{2\sqrt{634}}{5}$ (m) Ta có: $\tan HAB = \dfrac{HB}{HA} = \dfrac{10}{1,2} = \dfrac{25}{3} \Rightarrow HAB \approx 83,16^{\circ} \Rightarrow ABC \approx 83,16^{\circ}$ $\Delta ABC \Rightarrow ACB = 180^{\circ} - 83,16^{\circ} - 60^{\circ} \Leftrightarrow ACB = 36,50^{\circ}$ Áp dụng định lí hàm sin trong ΔABC ta có: $\dfrac{AB}{\sin ACB} = \dfrac{BC}{\sin BAC} \Rightarrow BC = \dfrac{AB}{\sin ACB}.\sin BAC$ $= \dfrac{2\sqrt{634}}{5.\sin 36,50^{\circ}}.\sin 60^{\circ} \approx 14,66(\text{m})$ Vậy cây đó cao khoảng $14,66(\text{m})$.	
Câu IV **(1 điểm)**		Trong mặt phẳng Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ tâm I có $AB = 2AD$. Gọi M là trung điểm của AB và N là điểm thuộc AC sao cho $\overrightarrow{NC} = 2\overrightarrow{IN}$. Biết tọa độ điểm $M(3;4)$; $N(4;1)$. Viết phương trình đường thẳng CD.	**1đ**
		Lời giải	



Gọi P là giao điểm của MN và CD.

Theo Talet ta có : $\dfrac{NM}{NP}=\dfrac{NA}{NC}=2$

$$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=2\overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \begin{cases}1=2(x-4)\\ -3=2(y-1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=\dfrac{9}{2}\\ y=-\dfrac{1}{2}\end{cases} \Rightarrow P\left(\dfrac{9}{2};-\dfrac{1}{2}\right).$$

Gọi H là trung điểm CD, xét tam giác HMP vuông tại H.

Có $\tan MPH=2 \Rightarrow \cos MPH=\dfrac{1}{\sqrt{1+\tan^2 MPH}}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Phương trình đường thẳng MP qua M,N là : $3x+y-13=0$.

Như vậy phương trình đường thẳng (CD) được xác định là đường thẳng đi qua P và tạo với đường thẳng (MN) một góc MPH có : $\cos MPH=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Gọi $\vec{n}=(a;b), a^2+b^2\neq 0$ là vecto pháp tuyến của đường thẳng (CD) ta có phương trình :

$$\cos(DC;MN)=\frac{|3a+b|}{\sqrt{10\left(a^2+b^2\right)}}=\frac{1}{\sqrt{5}} \Leftrightarrow (3a+b)^2=2a^2+2b^2$$

$$\Leftrightarrow 7a^2-6ab-b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=b\\ 7a=-b\end{array}\right..$$

+/ Với $a=b$, chọn $a=1;b=1$ ta có phương trình CD là : $x+y-4=0$.

+/ Với $b=-7a$, chọn $a=1,b=-7$ ta có phương trình CD là : $x-7y-8=0$.

ĐS : phương trình (CD) $x+y-4=0$ hoặc $x-7y-8=0$.

Câu V. (1 điểm)		Cho bất phương trình: $\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{y^2+2y+1}\le 4$ Biết tập nghiệm của bất phương trình biểu diễn trên mặt phẳng (Oxy) là hình tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo cắt nhau tại I. Gọi M,N là hai điểm thuộc cạnh tứ giác $ABCD$ sao cho MN đi qua I Tìm GTNN của biểu thức $F=EM+EN$, với $E(4;4)$.	**1đ**
		Lời giải	

Ta có: $\sqrt{x^2-2x+1}+\sqrt{y^2+2y+1}\le 4 \Leftrightarrow |x-1|+|y+1|\le 4 \, (1)$

Bất phương trình xảy ra các trường hợp sau

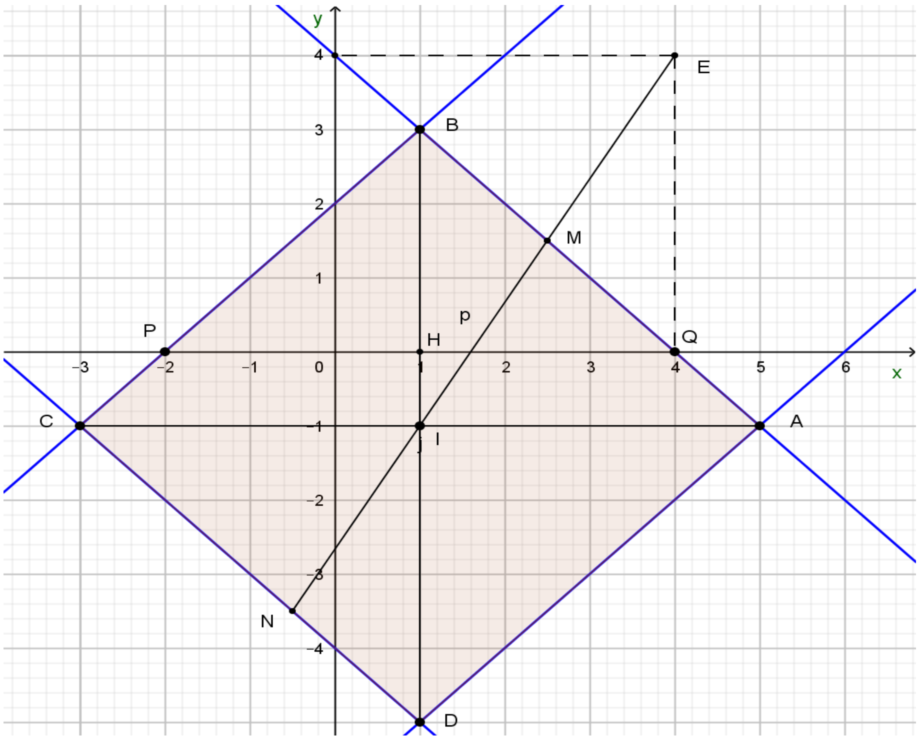
Trường hợp 1: $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ y\ge -1 \\ x+y\le 4 \end{cases}$. Miền nghiệm là hình tam giác ΔIAB

Trường hợp 2: $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 1 \\ y\le -1 \\ x-y\le 6 \end{cases}$. Miền nghiệm là hình tam giác ΔIAD

Trường hợp 3: $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 1 \\ y\ge -1 \\ -x+y\le 2 \end{cases}$. Miền nghiệm là hình tam giác ΔIBC

Trường hợp 4: $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} x\le 1 \\ y\le -1 \\ -x-y\le 4 \end{cases}$. Miền nghiệm là hình tam giác ΔICD

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là hình vuông $ABCD$.



Áp dụng bất đẳng thức véc tơ :

$F=EM+EN=\left|\overrightarrow{EM}\right|+\left|\overrightarrow{EN}\right|\ge\left|\overrightarrow{EM}+\overrightarrow{EN}\right|=2\left|\overrightarrow{EI}\right|=2EI$

$F_{\min}=2EI=2\sqrt{3^2+5^2}=2\sqrt{34}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\overrightarrow{EM}, \overrightarrow{EN}$ cùng hướng hay bốn điểm E, M, I, N thẳng hàng. Suy ra M, N là giao điểm của đường EI với hai

		cạnh AB, CD Ta có $M(N)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} (AB)\ x+y-4=0 \\ (EI)\ 5x-3y-8=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5}{2} \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow M\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right), N\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{7}{2}\right)$ hoặc ngược lại $N\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right), M\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{7}{2}\right)$.	