

Trường THPT chuyên Nguyễn Trãi ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN III
27,28/4/2013
Môn: Toán, khối A,B,A1
Thời gian: 180 phút

Câu I (2 điểm) Cho hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$.

1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số.
2. Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tạo với đường thẳng $y = 2013$ một góc α thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{257}}$.

Câu II (2 điểm)

1. Giải phương trình $\tan x - \cot x = 4 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
2. Giải bất phương trình $\frac{1}{2} \ln(x^2 - 1) - \frac{1}{2} \ln x > \ln\left(\frac{x-1}{x} + \sqrt{\frac{x-1}{x}}\right)$

Câu III (1 điểm)

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hãy tính diện tích của hình được giới hạn bởi đường cong $y = \log x$, đường thẳng $x = 10$ và trục Ox .

Câu IV (1 điểm)

Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân, $AD = 4$, $AB = BC = CD = 2$, cạnh SA vuông góc với đáy, $SA = 3$. Tính thể tích của khối chóp và tính tan của góc giữa hai mặt phẳng (SAD) và (SCD) .

Câu V (1 điểm)

Cho các số thực $a, b, c > 1$. Chứng minh rằng

$$\frac{1}{a^3 + 1} + \frac{1}{b^3 + 1} + \frac{1}{c^3 + 1} \geq \frac{3}{abc + 1}$$

Câu VI (2 điểm)

1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có $AB = AD, BC = CD$, góc BAD bằng 60° , góc BCD bằng 120° . Biết các đỉnh $A(0,0), C(4,0)$ và B có tung độ dương. Tìm phương trình của đường tròn tiếp xúc với bốn cạnh của tứ giác.

2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 9$ và điểm $A(1,2,2)$, các điểm B, C, D nằm trên (S) sao cho $ABCD$ là hình tứ diện đều. Tìm phương trình của mặt phẳng (BCD) .

Câu VII (1 điểm)

Một số phức z có phần thực và phần ảo là các số nguyên. Biết rằng $z^3 = -2 + 2i$. Hãy tìm môđun của z^5 .